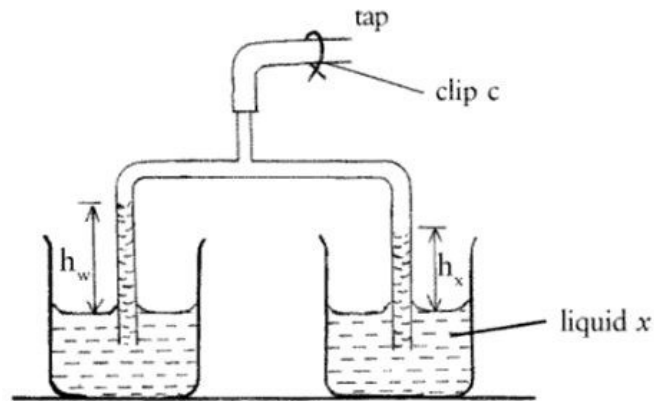




# ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΒΟΡΕΙΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ

## ΦΥΣΙΚΗ



28 Ιανουαρίου 2017

ΛΥΚΕΙΟ: .....

ΟΜΑΔΑ ΜΑΘΗΤΩΝ: 1. ....  
2. ....  
3. ....

ΜΟΝΑΔΕΣ:



## Μέτρηση πυκνότητας υγρού με τη διάταξη Hare

Η κεντρική ιδέα της πειραματικής δραστηριότητας είναι να προσδιορισθεί η τιμή της πυκνότητας υγρού (αραβοσιτέλαιου) σε σχέση με τη γνωστή τιμή της πυκνότητας του καθαρού νερού. Θα ακολουθήσουμε μια τροποποιημένη πειραματική διαδικασία την οποία πρώτος υλοποίησε ο **Robert Hare** (1781 – 1858), χημικός στην Πενσυλβανία της Αμερικής, στο τότε νεοσύστατο αμερικανικό έθνος. Η πειραματική άσκηση θεωρητικά στηρίζεται στην **ισορροπία δύο διαφορετικών ρευστών σε σύστημα δύο γυάλινων σωλήνων σε σχήμα ανεστραμμένου U**.

### A. Βασικές θεωρητικές γνώσεις

#### 1. Πυκνότητα

Πυκνότητα ( $\rho$ ) ενός ομογενούς υλικού είναι η μάζα ανά μονάδα όγκου του, δηλ. αν η μάζα ( $m$ ) του υλικού έχει όγκο ( $V$ ), τότε η πυκνότητα του ισούται με:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1)$$

Μονάδα μέτρησης της πυκνότητας στο σύστημα μονάδων S.I. είναι  $1 \text{ kg/m}^3$ .

#### 2. Πίεση

Πίεση ( $P$ ) ονομάζεται το πηλίκο της δύναμης ( $F$ ) που ασκείται κάθετα σε μια επιφάνεια προς το εμβαδόν ( $A$ ) της επιφάνειας αυτής:

$$P = \frac{F}{A} \quad (2)$$

Η πίεση είναι μονόμετρο μέγεθος και έχει μονάδα μέτρησης στο σύστημα μονάδων S.I. το  $1 \text{ Pa}$  (Pascal):  $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ .

#### 3. Πίεση των ρευστών (σε ισορροπία)

Το λάδι, το πετρέλαιο, το νερό, ο αέρας είναι ρευστά. Τα ρευστά δεν έχουν καθορισμένο σχήμα και μπορούν να είναι ασυμπιέστα όπως τα υγρά, ή συμπιεστά όπως τα αέρια.

Ένα ρευστό σε ισορροπία, πιέζει κάθε επιφάνεια με την οποία βρίσκεται σε επαφή. Η πίεση στα υγρά οφείλεται στις δυνάμεις βαρύτητας, ενώ στα αέρια είναι αποτέλεσμα της άτακτης θερμικής κίνησης των μορίων τους σε συνδυασμό με τις δυνάμεις βαρύτητας.

Η πίεση του ατμοσφαιρικού αέρα ονομάζεται ατμοσφαιρική πίεση και είναι η πίεση στη βάση του αερίου όγκου που μας περιβάλλει και ζούμε.

#### 4. Υγρά σε ισορροπία

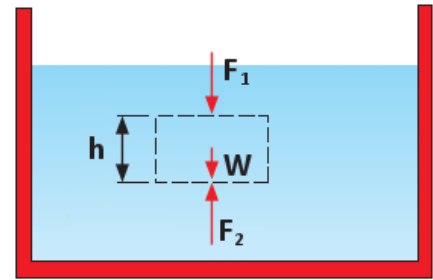
Όταν ένα υγρό βρίσκεται σε στατική ισορροπία (ηρεμεί), η πίεση σε κάποιο σημείο του -που ονομάζεται **υδροστατική**- εξαρτάται από το βάθος αυτού του σημείου και όχι από τις διαστάσεις του υγρού ή του δοχείου:

$$P_{\text{υδρ}} = \rho gh \quad (3)$$

όπου:  $\rho$  η πυκνότητα του υγρού,  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας, και  $h$  το βάθος του σημείου από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού.

Στο δοχείο του διπλανού σχήματος ένα υγρό πυκνότητας  $\rho$  ηρεμεί. Στην ποσότητα του υγρού που περικλείεται σε ένα «φανταστικό» κύλινδρο με εμβαδό διατομής  $A$  και ύψος  $h$  (δες στο σχήμα), στην κατακόρυφη διεύθυνση ασκούνται:

- η δύναμη  $F_1$  λόγω της πίεσης στην επάνω βάση του κυλίνδρου,
- το βάρος  $W$  του υγρού,
- η δύναμη  $F_2$  λόγω της πίεσης στην κάτω βάση του «φανταστικού» κυλίνδρου.



(a)

Η ποσότητα του υγρού ισορροπεί και συνεπώς:

$$\Sigma F_y = 0 \text{ δηλ. } F_2 = F_1 + W \text{ και } F_2 = F_1 + mg$$

με  $m = \rho V$  ( $V = A \cdot h$  είναι ο όγκος του κυλίνδρου). Διαιρώντας με το εμβαδόν διατομής  $A$  του δοχείου προκύπτει:  $\frac{F_2}{A} = \frac{F_1}{A} + \frac{\rho g A h}{A}$ , οπότε:

$$P_2 = P_1 + \rho g h \quad (4)$$

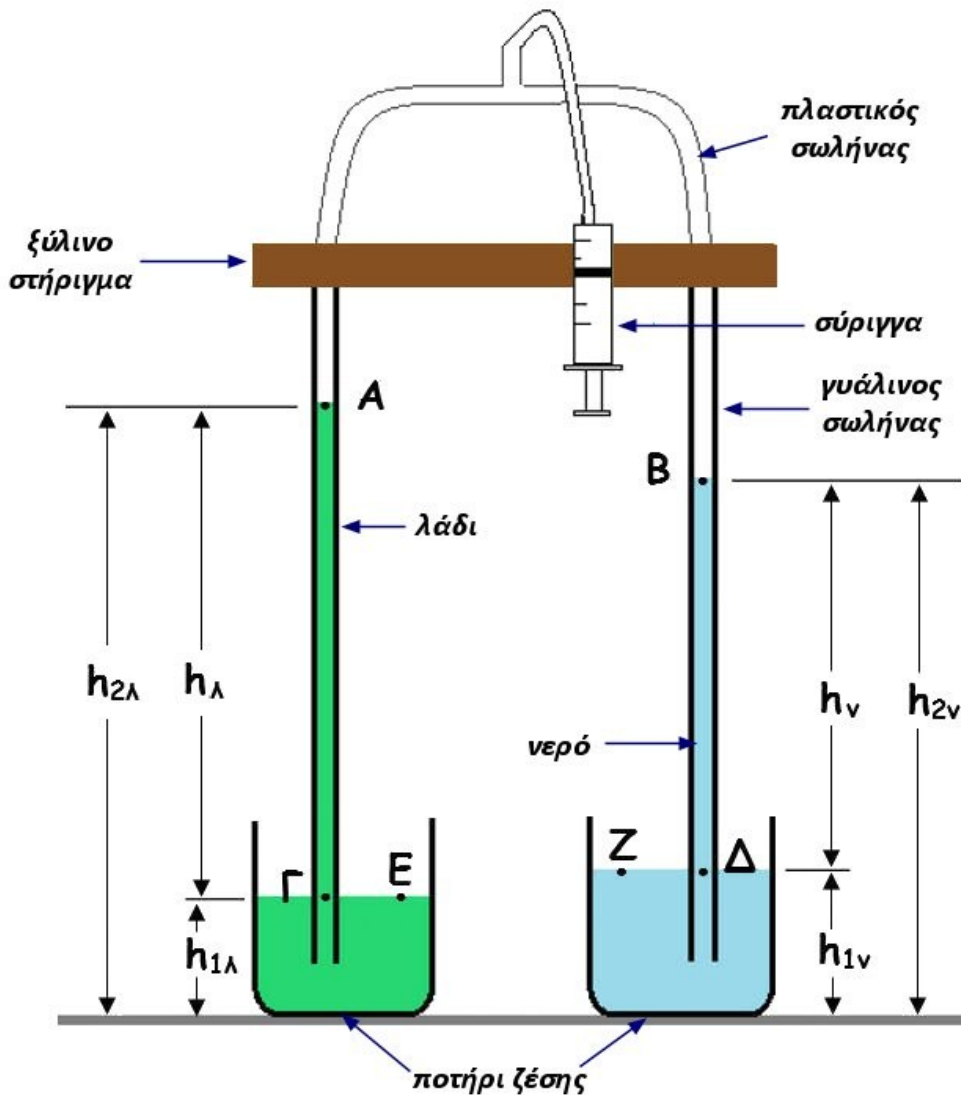
Η εξίσωση (4) συνδέει τις πιέσεις σε δύο οποιαδήποτε σημεία ενός υγρού που βρίσκεται σε κατάσταση στατικής ισορροπίας, ενώ από την ανάλυση που προηγήθηκε είναι φανερό πως **η υδροστατική πίεση οφείλεται στη βαρύτητα**. Επιπλέον λόγω της ισορροπίας του υγρού κατά την οριζόντια διεύθυνση, εύκολα οδηγούμαστε στο συμπέρασμα πως: **η πίεση είναι η ίδια σε όλα τα σημεία του ίδιου οριζώντιου επιπέδου ενός ρευστού που ηρεμεί**.

### 5. Αέρια σε ισορροπία

Σε συνηθισμένων διαστάσεων δοχεία η συνεισφορά της βαρύτητας στην πίεση ενός αερίου είναι ασήμαντη, αφού το δοχείο θα έπρεπε να είναι σχεδόν 100 m ψηλό, ώστε η βαρύτητα να προκαλέσει μεταβολή μόλις κατά 1% στην πίεση μεταξύ της κορυφής και του πυθμένα. Σ' αυτή την περίπτωση **αιτία της πίεσης ενός αερίου που μακροσκοπικά ηρεμεί είναι η διαρκής άτακτη θερμική κίνηση των μορίων του**, με αποτέλεσμα ένας πολύ μεγάλος αριθμός μορίων ανά δευτερόλεπτο να συγκρούεται με τα τοιχώματα του δοχείου στο οποίο περιέχονται, ασκώντας κατά τη διάρκεια των κρούσεων δυνάμεις σ' αυτά. Καθώς όμως η κίνηση των μορίων του αερίου είναι άτακτη, δεν υπάρχει κάποια προτιμητέα κατεύθυνση κίνησης, και συνεπώς: **η πίεση ενός αερίου που μακροσκοπικά ηρεμεί, είναι η ίδια σε όλα τα τοιχώματα του δοχείου στο οποίο περιέχεται**.

### B. Περιγραφή – λειτουργία της πειραματικής διάταξης Hare

Δύο λεπτοί γυάλινοι σωλήνες έχουν τα πάνω άκρα τους συνδεδεμένα με εύκαμπτο πλαστικό σωλήνα σχηματίζοντας ένα σύστημα με μορφή ανεστραμμένου «U», στην κορυφή του οποίου με συνδετήρα τύπου «T» και τη βοήθεια ελαστικού σωλήνα έχει συνδεθεί μια πλαστική σύριγγα. Η διάταξη με τη βοήθεια κατάλληλης ξύλινης βάσης και μεταλλικής λαβίδας στερεώνεται σε κατακόρυφο μεταλλικό ορθοστάτη, κατά τέτοιο τρόπο ώστε να είναι εύκολο να μετακινείται κατακόρυφα. Τα κάτω άκρα των δύο γυάλινων σωλήνων είναι βυθισμένα σε δύο μικρά ποτήρια ζέσης. Το ένα ποτήρι ζέσης είναι γεμάτο με υγρό γνωστής πυκνότητας (νερό στη δική μας περίπτωση), και το άλλο με ένα υγρό (αραβοσιτέλαιο στην περίπτωσή μας) του οποίου την πυκνότητα θέλουμε να προσδιορίσουμε.



Εικόνα 1: Η διάταξη Hare για τον προσδιορισμό της πυκνότητας ενός υγρού

Με τη βοήθεια της σύριγγας αφαιρούμε κάποια ποσότητα αέρα από τους δύο γυάλινους σωλήνες. Η πίεση του αέρα στο εσωτερικό των σωλήνων ελαττώνεται, και τα υγρά ανεβαίνουν στους δύο σωλήνες. Αν  $P_{atm}$  είναι η ατμοσφαιρική πίεση και  $P_o$  η πίεση του αέρα που έχει παραμείνει στο εσωτερικό των γυάλινων σωλήνων, τότε:

1. Για το αέριο που μακροσκοπικά ηρεμεί στην κορυφή της διάταξης ισχύει:

$$P_A = P_B = P_o$$

2. Το λάδι ηρεμεί και συνεπώς:  $P_\Gamma = P_A + \rho_\lambda g h_\lambda$  και  $P_\Gamma = P_E = P_{atm}$ , οπότε:

$$P_{atm} = P_o + \rho_\lambda g h_\lambda \quad (i)$$

3. Το νερό ηρεμεί και συνεπώς:  $P_\Delta = P_B + \rho_v g h_v$  και  $P_\Delta = P_Z = P_{atm}$ , οπότε:

$$P_{atm} = P_o + \rho_v g h_v \quad (ii)$$

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (i) και (ii) προκύπτει:  $\rho_\lambda g h_\lambda = \rho_v g h_v$  και τελικά:

$$h_v = \left( \frac{\rho_\lambda}{\rho_v} \right) h_\lambda \quad (5)$$

Είναι προφανές πως η συνάρτηση  $h_v = f(h_x)$  είναι γραμμική με κλίση:

$$\alpha = \frac{\rho_\lambda}{\rho_v} \quad (6)$$

#### Δ. Πειραματική διαδικασία

Σας δίνονται:

- Μια πλήρης διάταξη Hare, δηλαδή: ένα σύστημα των δύο γυάλινων σωλήνων σε σχήμα ανεστραμμένου «U», στην κορυφή του οποίου με συνδετήρα τύπου «T» και τη βοήθεια ελαστικού εύκαμπτου σωλήνα έχει συνδεθεί πλαστική σύριγγα των 20 mL. Η διάταξη στηρίζεται σε κατάλληλη μεταλλική βάση.
- Δύο ποτήρια ζέσης των 100 mL.
- Δύο πλαστικά φιαλίδια που περιέχουν το ένα λάδι (αραβοσιτέλαιο) και το άλλο απιονισμένο νερό.
- Μετροταινία
- Αλφάδι (αεροστάθμη)
- Χάρακας

Μεταφέρετε λάδι (αραβοσιτέλαιο) στο ένα ποτήρι ζέσης από το αντίστοιχο πλαστικό φιαλίδιο, **μέχρι την ένδειξη των 50 mL** περίπου. Με τον ίδιο τρόπο μεταφέρετε απιονισμένο νερό στο άλλο ποτήρι ζέσης. Βυθίστε στη συνέχεια το κάτω άκρο του ενός γυάλινου σωλήνα της διάταξης στο ποτήρι ζέσης που περιέχει το νερό, και το κάτω άκρο του άλλου γυάλινου σωλήνα μέσα στο ποτήρι ζέσης που περιέχει το λάδι, όπως φαίνεται και στην εικόνα της διάταξης.

Με το αλφάδι (αεροστάθμη) οριζοντιώστε την ξύλινη βάση της διάταξης, ώστε να έχετε ένα επίπεδο αναφοράς, το οποίο μπορεί να σας βοηθήσει στη συνέχεια της διαδικασίας για την κατακόρυφη τοποθέτηση της μετροταινίας.

Τραβώντας με προσοχή το έμβολο της σύριγγας **ως την ένδειξη 20mL** ανεβαίνει στους γυάλινους σωλήνες το λάδι και το νερό. Αφήστε τη σύριγγα ελεύθερη, ώστε ο ελαστικός σωλήνας σύνδεσής της στη διάταξη να τσακίσει (διπλώσει). Βεβαιωθείτε ότι δεν υπάρχουν διαρροές στη διάταξη και συνεπώς η στάθμη των υγρών στους γυάλινους σωλήνες παραμένει σταθερή για αρκετό χρόνο, ώστε να μην επηρεάζεται η λήψη των μετρήσεων.

**!!! Καλέστε τον επιβλέποντα καθηγητή να ελέγξει τη διάταξη !!!**

##### 1. Λήψη μετρήσεων

**1.1.** Τοποθετώντας τη μετροταινία **κατακόρυφα** δίπλα σε κάθε γυάλινο σωλήνα (με το 0 της κλίμακας προς τα κάτω, ώστε να εφάπτεται στην επιφάνεια του πάγκου εργασίας), μετρήστε και καταγράψτε στον Πίνακα (1) (θα βρείτε τον Πίνακα στο τέλος των θεμάτων):

- α) Το ύψος της ελεύθερης στάθμης του νερού στο ποτήρι ζέσης  $h_{1v}$
- β) Το ύψος της ελεύθερης στάθμης του νερού στο γυάλινο σωλήνα  $h_{2v}$
- γ) Επαναλάβετε τη διαδικασία (βήματα α, β) για το λάδι.

**!!! Φροντίστε αυτή ή κάποια από τις 4 επόμενες μετρήσεις σας να γίνει παρουσία του επιβλέποντα καθηγητή !!!**

**1.2.** Πιέζοντας αργά το έμβολο της σύριγγας χαμηλώστε τη στάθμη του λαδιού στο σωλήνα του κατά **5 - 6 cm** περίπου (θα ελαττωθεί και η στάθμη του νερού).

1.3. Επαναλάβετε τις μετρήσεις όπως στο βήμα (1.1).

1.4. Επαναλάβετε τη διαδικασία (βήματα 1.2 και 1.3) άλλες 3 φορές, κατεβάζοντας κάθε φορά τη στάθμη του λαδιού στο σωλήνα κατά **5-6 cm**, ώστε να έχετε συνολικά 5 ζεύγη μετρήσεων για τη στάθμη του λαδιού και άλλα 5 ζεύγη μετρήσεων για τη στάθμη του νερού.

## 2. Επεξεργασία των πειραματικών δεδομένων

2.1. Υπολογίστε το ύψος της στήλης του νερού ως:  $h_v = h_{2v} - h_{1v}$  καθώς και το ύψος της στήλης του λαδιού ως:  $h_\lambda = h_{2\lambda} - h_{1\lambda}$ , και συμπληρώστε τα κελιά στις σχετικές στήλες του Πίνακα 1.

2.2. Στο χαρτί millimeter που σας δόθηκε, σχεδιάστε σύστημα ορθογωνίων αξόνων: ύψος  $h_\lambda$  στον οριζόντιο άξονα και ύψος  $h_v$  στον κατακόρυφο άξονα. Βαθμονομήστε τους άξονες, επιλέγοντας κατάλληλη κλίμακα με βάση τις πειραματικές τιμές του Πίνακα (1).

2.3. Τοποθετήστε στο σύστημα αξόνων τα πειραματικά σημεία  $h_\lambda$  και  $h_v$ , σύμφωνα με τα δεδομένα του Πίνακα 1. Σχεδιάστε την ευθεία που προσεγγίζει καλύτερα το σύνολο των σημείων.

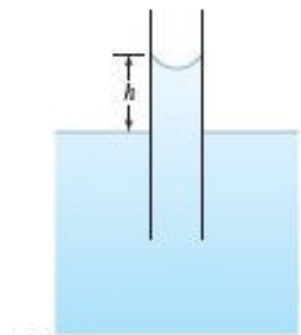
2.4. Η γραμμή που χαράξατε αντιστοιχεί στην πειραματική επαλήθευση της σχέσης (5). Υπολογίστε την κλίση ( $\alpha$ ) της πειραματικής ευθείας, και μέσω της εξίσωσης (6) την πυκνότητα του λαδιού  $\rho_\lambda$ . Θεωρείστε ότι  $\rho_v = 1 \text{ g/cm}^3$ . Να γράψετε τα αποτελέσματα με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων:

$$\alpha = \dots\dots\dots \text{ και } \rho_\lambda = \dots\dots\dots \text{ g / cm}^3$$

Οι σχετικοί υπολογισμοί να δοθούν στο **Φύλλο απαντήσεων** (δίνεται στο τέλος των θεμάτων).

## 3. Εναλλακτική επεξεργασία των πειραματικών δεδομένων

Αν αφαιρέσετε τη σύριγγα από τη διάταξη (με ιδιαίτερη προσοχή ώστε να μην αναταράξετε τη συσκευή και χυθούν τα υγρά από τα ποτήρια ζέσης), και αφήσετε τα υγρά στα δύο ποτήρια ζέσης να ισορροπήσουν, μπορείτε να παρατηρήσετε πως η στάθμη κάθε υγρού μέσα στο γυάλινο σωλήνα βρίσκεται λίγο ψηλότερα από την ελεύθερη επιφάνεια του ίδιου υγρού στο αντίστοιχο ποτήρι ζέσης (δείτε και το διπλανό σχήμα). Το φαινόμενο ανήκει σε μια γενικότερη κατηγορία φαινομένων γνωστή υπό το όνομα «**τριχοειδή φαινόμενα**», και αποτελεί έναν από τους σημαντικότερους παράγοντες συστηματικών σφαλμάτων στη συγκεκριμένη πειραματική διαδικασία.



3.1. Μπορείτε να αναφέρετε και κάποιους άλλους παράγοντες που κατά τη γνώμη σας αποτελούν πηγές σφαλμάτων στη διαδικασία προσδιορισμού της πυκνότητας ενός υγρού με τη μέθοδο Hare; Γράψτε την απάντησή σας στο **Φύλλο απαντήσεων**.

3.2. Για τη διόρθωση του συστηματικού σφάλματος λόγω τριχοειδών φαινομένων, προτείνεται η εξής διαδικασία:

Για την 1<sup>η</sup> μέτρηση που πραγματοποιήσατε, έστω:  $h_v$  το ύψος της στήλης του νερού όπως το υπολογίσατε και το καταγράψατε στον Πίνακα (1),  $\alpha$  το ύψος λόγω τριχοειδών φαινομένων στο σωλήνα του νερού και  $h_{v,\delta}$  το διορθωμένο ύψος του νερού στο σωλήνα του. Τότε:  $h_{v,\delta} = h_v - \alpha$ .

Αν  $b$  το ύψος λόγω τριχοειδών φαινομένων στο σωλήνα του λαδιού, αντίστοιχα θα ισχύει:  $h_{\lambda,\delta} = h_\lambda - b$ .

$$\text{Θα είναι: } \frac{\rho_\lambda}{\rho_v} = \frac{h_{v,\delta}}{h_{\lambda,\delta}} \quad \text{ή} \quad \frac{\rho_\lambda}{\rho_v} = \frac{h_v - \alpha}{h_\lambda - b} \quad (\text{iii})$$

Αντίστοιχα για κάποια από τις επόμενες μετρήσεις, ισχύει:

$$\frac{\rho_{\lambda}}{\rho_v} = \frac{h'_{v,\delta}}{h'_{\lambda,\delta}} \quad \text{ή} \quad \frac{\rho_{\lambda}}{\rho_v} = \frac{h'_v - a}{h'_{\lambda} - b} \quad (iv)$$

Συνδυάζοντας τις ανωτέρω εξισώσεις (iii) και (iv) και χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των αναλογιών, μπορούμε να γράψουμε:

$$\frac{\rho_{\lambda}}{\rho_v} = \frac{h_v - h'_v}{h_{\lambda} - h'_{\lambda}} \quad (7)$$

Καθώς το συστηματικό σφάλμα λόγω τριχοειδών φαινομένων είναι πρακτικά το ίδιο σε όλες τις μετρήσεις, μέσω των αφαιρέσεων  $h_v - h'_v$  και  $h_{\lambda} - h'_{\lambda}$  η επίδρασή του στις μετρήσεις αναιρείται. Χρησιμοποιώντας τα πειραματικά δεδομένα του Πίνακα (1) και την εξίσωση (7), συμπληρώστε τις τιμές στα κελιά του Πίνακα 2. Θεωρήστε  $\rho_v = 1 \text{ g/cm}^3$ .

Από τις τιμές της πυκνότητας του λαδιού, που συμπληρώσατε στην τελευταία στήλη του Πίνακα (2), υπολογίστε τη μέση τιμή της πυκνότητας του λαδιού με βάση τη σχέση:

$$\bar{\rho}_{\lambda} = \frac{\rho_{\lambda_1} + \rho_{\lambda_2} + \dots + \rho_{\lambda_4}}{4} = \dots \text{ g/cm}^3$$

Αν  $\rho_{\lambda(\max)}$  είναι η μέγιστη και  $\rho_{\lambda(\min)}$  η ελάχιστη τιμή που υπολογίσατε στον Πίνακα (2) για την πυκνότητα του λαδιού, δώστε μια (υπερεκτίμηση) του σφάλματος μέσης τιμής για την πυκνότητα, ως:

$$\sigma_{\bar{\rho}} = \frac{\rho_{\lambda(\max)} - \rho_{\lambda(\min)}}{2} = \dots \text{ g/cm}^3$$

**Στρογγυλοποιήστε** την τιμή του (υπερεκτιμημένου) σφάλματος που υπολογίσατε, ώστε να έχει **ένα μόνο μη μηδενικό ψηφίο**, και γράψτε **με την ίδια ακρίβεια** και τη μέση τιμή της πυκνότητας του λαδιού:

$$\rho_{\lambda} = \bar{\rho}_{\lambda} \pm \sigma_{\bar{\rho}} = \dots \pm \dots \text{ g/cm}^3$$

## E. Ερωτήσεις

**1.** Η μέθοδος για τον προσδιορισμό της πυκνότητας ενός υγρού με τη συγκεκριμένη πειραματική διάταξη, μπορεί να εφαρμοστεί εκτός βαρυτικού πεδίου; Στο κενό; Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

**2.** Αν στη διάταξη του πειράματος αντικαταστήσουμε το νερό με αιθυλική αλκοόλη (πυκνότητας 0,8 g/mL περίπου) και με τη σύριγγα αφαιρέσουμε μικρή ποσότητα αέρα, σε ποιο σωλήνα πιστεύετε πως η στήλη του υγρού θα ανέλθει ψηλότερα και γιατί;

Να γράψετε τις απαντήσεις στις ερωτήσεις στο **Φύλλο απαντήσεων** που σας δίνεται στο τέλος των θεμάτων.

Πίνακας 1: Αρχικές μετρήσεις

α/α	Νερό			Λάδι		
	$h_{1ν}$ (cm)	$h_{2ν}$ (cm)	$h_ν$ (cm)	$h_{1λ}$ (cm)	$h_{2λ}$ (cm)	$h_λ$ (cm)
1						
2						
3						
4						
5						

Πίνακας 2

1 <sup>η</sup> μέτρηση		Άλλες μετρήσεις					Πυκνότητα λαδιού
$h_ν$ (cm)	$h_λ$ (cm)	Δεδομένα από	$h'_ν$ (cm)	$h'_λ$ (cm)	$h_ν - h'_ν$ (cm)	$h_λ - h'_λ$ (cm)	$\rho_λ = \rho_ν \left( \frac{h_ν - h'_ν}{h_λ - h'_λ} \right)$
		2 <sup>η</sup> μέτρηση					
		3 <sup>η</sup> μέτρηση					
		4 <sup>η</sup> μέτρηση					
		5 <sup>η</sup> μέτρηση					



## Φύλλο απαντήσεων